



РАЗБОР ЗАДАЧ

Отборочный тур



**Кубок
ТамТЭК**
*по спортивному
программированию*
2015

ЗАДАЧА А

«Очередь»

Time limit: 1 sec

Memory limit: 256 M



Постановка задачи

- представить число n в виде сумм $a + 2b + 3c$ так, чтобы сумма $a \cdot t_1 + b \cdot t_2 + c \cdot t_3$ была минимальна.

Решение (50 баллов)

- Перебираем возможные значения b и c . Тогда $a = n - 2b - 3c$
- Для всех разбиений вычисляем $a \cdot t_1 + b \cdot t_2 + c \cdot t_3$ и ищем минимальную среди них
- Итоговая сложность $O(n^2)$

Другое решение (50 баллов)

- Воспользуемся динамическим программированием
- $d[k]$ – минимальное время для очереди из человек
- $d[k] = \min(d[k-1] + t_1, d[k-2] + t_2, d[k-3] + t_3)$
- Итоговая сложность $O(n)$

Решение (100 баллов)

- Заметим, что разбиение $n = 6k + 1$, $k > 1$ всегда можно представить в виде суммы разбиений 6 и $6(k-1) + 1$
- Тогда $d[6k + 1] = d[6(k-1) + 1] + d[6] =$
 $= (k - 1) \cdot d[6] + d[6 + 1]$
- Итоговая сложность $O(1)$



ЗАДАЧА В «Беспорядок»

Time limit: 1 sec

Memory limit: 256 M



Постановка задачи

- Дана последовательность из $n + 1$ числа
(1, 2, 3, ..., n , -1)
- Нужно выполнить k операций вида “найти x в последовательности и поменять его местами с числом в позиции $n+1$ ”
- Затем вывести получившуюся последовательность без последнего элемента

Решение (50 баллов)

- Во время каждого запроса ищем число x и переставляем с последним числом в последовательности
- Чтобы найти x , нужно просмотреть всю последовательность, это $O(n)$ операций
- Итоговая сложность $O(nk)$

Решение (100 баллов)

- Будем для каждого числа записывать, где оно находится в последовательности
- Тогда мы можем находить x за $O(1)$
- Итоговая сложность $O(k)$



ЗАДАЧА С «Робо-Тетрис»

Time limit: 2 sec

Memory limit: 256 M

Постановка задачи

- Дан стакан ширины w и последовательность горизонтальных блоков с координатами концов l и r , которые падают на его дно.
- Блоки падают по вертикали, не ломаются, полные ряды не исчезают.

Решение (30 баллов)

- Храним в массиве $h[w]$ самую верхнюю занятую клетку для каждой вертикали стакана
- Чтобы уронить блок, найдём максимум m среди $h[l]$, $h[l+1]$, ..., $h[r]$, тогда блок остановится на высоте $m+1$.
- Обновим значения максимумов $h[l]$, ..., $h[r]$
- Сложность $O(nw)$ операций, $O(w)$ память.



Решение (60 баллов)

- Предыдущее решение использует много памяти
- Сделаем сжатие координат блоков так, чтобы они не превосходили $2n$
- Для этого положим все координаты концов и начал блоков в массив и отсортируем.
Положение точки в отсортированном массиве будет её новой координатой
- Сложность $O(n^2)$ операций, $O(n)$ память.

Решение (100 баллов)

- Чтобы быстро выполнять операции поиска максимума и присваивания на отрезке, воспользуемся деревом отрезков
- Сложность $O(n \log n)$ операций, $O(n)$ память
- Так же можно воспользоваться sqrt-декомпозицией
- Сложность $O(n \sqrt{n})$ операций, $O(n)$ память

ЗАДАЧА D

«Как вы яхту назовёте...»

Time limit: 1 sec

Memory limit: 256 M






Постановка задачи

- Нужно разбить строку S на префиксы строки T

Решение (30 баллов)

- Напишем рекурсивную функцию, которая перебирает совпадающие префиксы строк S и T и запускает себя от получившегося суффикса S и строки T.
- Сложность $O(2^n)$

Решение (30 баллов)



```
def divide(s: str, t: str):  
    if s == "" return True  
    pref_len = 0  
    while pref_len < min(len(s), len(t)) and s[pref_len] = t[pref_len]:  
        if divide(s[pref_len + 1:], t):  
            add_part(s[0:pref_len])  
            return True
```

Решение (60 баллов)

- Заметим, что в предыдущем решении мы можем запускать функцию с одним и тем же аргументом много раз, что приводит к сложности $O(2^n)$
- Перед тем, как выполнять функцию `divide`, будем проверять, не делали ли мы этого раньше
- Всего будет $O(n)$ запусков, `divide`, в каждом не более $O(n)$ операций
- Итоговая сложность $O(n^2)$

Решение (100 баллов)

- Посчитаем z-функцию для строки $T + \# + S$
- Будем идти по строке S справа налево и хранить длину l наибольшего суффикса S , который можно разбить
- Пусть $z[k]$ — z-функция в позиции $|T| + 1 + k$
- Если в позиции k выполнено $z[k] + l \geq |S| - k$, то суффикс, начинающийся в этой позиции, также можно разбить
- Итоговая сложность $O(n)$



ЗАДАЧА E

«Юбилей»

Time limit: 2 sec

Memory limit: 256 M



Постановка задачи

- Дан неориентированный граф. Нужно найти такие рёбра, при удалении которых кратчайший путь из 1 в n увеличится

Решение (50 баллов)

- С помощью bfs находим длину кратчайшего пути из 1 в n
- По очереди убираем рёбра и находим длину нового кратчайшего пути из 1 в n
- Сложность одного запуска bfs $O(n)$
- Итоговая сложность $O(n^2)$

Решение (100 баллов)

- Найдём для всех вершин кратчайшее расстояние до 1 и n (для этого нужно запустить bfs из 1 и n)
- Вершина лежит на кратчайшем пути из 1 в n тогда и только тогда, когда сумма расстояний от неё до 1 и n равно расстоянию между 1 и n
- Разобьём такие вершины на слои, где k -ый слой – вершины, лежащие на расстоянии k от 1

Решение (100 баллов)

- Тогда при удалении ребра кратчайший путь увеличится тогда и только тогда, когда это ребро – единственное, соединяющее два соседних слоя.
- Выпишем для каждого слоя рёбра, соединяющие со следующим, найдём нужные рёбра.
- Итоговая сложность $O(n)$



СПАСИБО!

cup.thumbtack.ru
vk.com/thumbtackcup